

MATEMATIKA 9

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené** a **uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujete do záznamového archu **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujete tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Řešení úloh **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.

1 

- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

	A	B	C	D	E
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

	A	B	C	D	E
14	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi (např. dva křížky u jedné otázky) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYNI!

V záznamovém archu uvádějte v úlohách 1, 2, 6, 7, 8, 16 pouze výsledky.

1 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

1 bod

$$\sqrt{2 - \frac{14}{9}} + (-0,5)^2 = \sqrt{\frac{18-14}{9}} + 0,25 = \sqrt{\frac{4}{9}} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$$

Za správný výsledek 1 bod.

max. 2 body

2 Cesta vlakem trvá 1,5 hodiny a cestující ve vlaku už jede 1 hodinu a 12 minut.

2.1 Vypočítejte, kolik minut cestující ještě pojede. - **Cestující pojede ještě 18 minut.**

Celkem: 1,5 hod = 90 min

Jede: 1 hod 12 min = 72 min \Rightarrow Ještě pojede: 90 – 72 = 18 min

2.2 Vypočítejte, kolik procent z celkového času jízdy už má cestující za sebou?

100% 90 min $\frac{72}{90} = 80\%$ **Cestující má za sebou 80% celkového času.**

1% 0,9 min

Za každý správný výsledek 1 bod.

Doporučení: Úlohy 3, 4 a 5 řešte přímo v záznamovém archu.

max. 4 body

3 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{5}} - 3 \cdot (-0,25) = \frac{4+5}{20} + 0,75 = \frac{9}{20} \cdot \frac{5}{1} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = \underline{\underline{3}}$$

3.2

$$\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{15}{24} \right] : \left(\frac{7}{8} - \frac{2}{3} \right) = \left[\frac{6-5}{10} \cdot \frac{5}{8} \right] : \frac{21-16}{24} = \frac{5}{80} : \frac{5}{24} = \frac{5}{80} \cdot \frac{24}{5} = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{1} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

Správný výsledek a celý postup řešení 2 b. Nezkrácený výsledek, nebo jedna numerická chyba 1 b. Pouze výsledek bez postupu řešení 0 b. Platí pro obě části.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

max. 4 body

4 Zjednodušte (výsledek nesmí obsahovat závorky).

$$4.1 \quad 2 \cdot (x + 2)^2 - x \cdot (5 - 3)^2 + x \cdot (x - 3x) =$$

$$= 2 \cdot (x^2 + 4x + 4) - x \cdot 2^2 + x \cdot (-2x) = 2x^2 + 8x + 8 - 4x - 2x^2 = \underline{4x + 8}$$

$$4.2 \quad (4a + 2) \cdot (3 - 2a) + (1 - a) \cdot (1 + a) = 12a - 8a^2 + 6 - 4a + 1 - a^2 =$$

$$= \underline{-9a^2 + 8a + 7}$$

Správný výsledek a celý postup řešení 2 b. Jedna numerická chyba 1 b. Pouze výsledek bez postupu řešení 0 b. Platí pro obě části.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$\frac{3x+2}{4} = \frac{1}{16} \cdot (4x - 12) + 1 \quad / \cdot 16$$

$$4 \cdot (3x + 2) = 4x - 12 + 16$$

$$12x + 8 = 4x + 4 \quad / -4x - 8$$

$$8x = -4$$

$$\underline{x = -\frac{1}{2}} \quad \text{Nebo} \quad \underline{K = \left\{-\frac{1}{2}\right\}}$$

5.2

$$\frac{2}{3} \cdot (5 - x) = -\frac{4}{3} \cdot (2x + 4) + \frac{2}{3} \quad / \cdot 3$$

$$2 \cdot (5 - x) = -4 \cdot (2x + 4) + 2$$

$$10 - 2x = -8x - 16 + 2$$

$$10 - 2x = -8x - 14 \quad / +8x - 10$$

$$6x = -24$$

$$\underline{x = -4} \quad \text{Nebo} \quad \underline{K = \{-4\}}$$

Správný výsledek a celý postup řešení 2 b. Jedna numerická chyba 1 b. Pouze výsledek bez postupu řešení 0 b. Platí pro obě části.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Turista ušel první den polovinu celé trasy. Druhý den ušel 60% ze zbytku trasy. Na třetí den mu zbylo posledních 12 km.

max. 3 body

6

6.1 Určete, kolik procent z **celkové** trasy tvoří poslední úsek trasy.

Poslední úsek tvořil 20% z celkové trasy.

6.2 Určete, kolik kilometrů měří **celá** trasa.

Celá trasa měřila 60 km.

6.3 Určete, kolikrát víc kilometrů ušel turista **první** den než **poslední** den.

První den ušel 2,5-krát víc kilometrů, než poslední den.

Za každý správný výsledek 1 b.

První den polovina trasy: $\frac{1}{2}x$

Druhý den 60% ze zbytku: $0,6 \cdot \frac{1}{2}x = \frac{3}{10}x$

Třetí den zbývá 40% ze zbytku: $0,4 \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x$, $\frac{1}{5}x$ je 20% x – 6.1.

Třetí den ušel 12 km, takže $\frac{1}{5}x = 12 \text{ km} \Rightarrow x = 60 \text{ km}$ – 6.2.

První den 30 km, poslední den 12 km: $30:12 = 2,5$. Ušel 2,5-krát víc – 6.3.

max. 3 body

7

7.1 Určete, kolik litrů je pět šestin z $1,5 \text{ m}^3$. **Pět šestin z $1,5 \text{ m}^3$ je 1 250 litrů.**

$1,5 \text{ m}^3 = 1 500 \text{ m}^3$ Pět šestin je $\frac{5}{6} \cdot 1500 = 1 250$

7.2 Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jakou část z 10 m^2 tvoří 400 dm^2 . **Jsou to $\frac{2}{5}$.**

$10 \text{ m}^2 = 1 000 \text{ dm}^2$, takže $\frac{400}{1 000} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

7.3 Vypočítejte, kolikrát je menší 1 200 sekund než 1,5 hodiny. **1 200 sekund je 4,5-krát menší než 1,5 hodiny.**

Za každý správný výsledek 1 b.

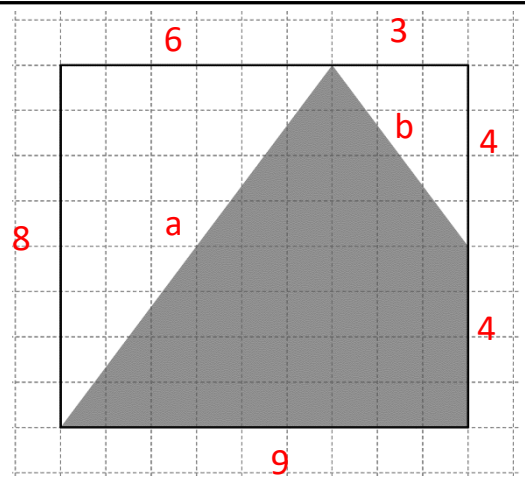
$1,5 \text{ hod} = 1,5 \cdot 3 600 = 5 400 \text{ s}$, takže $\frac{5 400}{1 200} = \frac{54}{12} = \frac{9}{2} = 4,5$

Můžeme vypočítat i tak, že oba časy převedeme na minuty:

$1,5 \text{ hod} = 1,5 \cdot 60 = 90 \text{ min}$, $1 200 \text{ s} = 1200:60 = 20 \text{ min}$, $\frac{90}{20} = \frac{9}{2} = 4,5$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Ve čtvercové síti je nakreslen obdélník.
Uvnitř obdélníku je šedivý čtyřúhelník.
Délka strany jednoho čtverečku sítě je 1 cm.



max. 3 body

8

8.1 Určete, v jakém poměru je obvod obdélníku a čtyřúhelníku. **Poměr obvodů je 17 : 14.**

$$\text{Obvod obdélníku: } o_1 = 2 \cdot (8 + 9) \Rightarrow o_1 = 34 \text{ cm}$$

$$\text{Obvod čtyřúhelníku: } o_2 = a + b + 9 + 4 \Rightarrow o_1 = 28 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow a = \sqrt{64 + 36} \Rightarrow a = \sqrt{100} \Rightarrow a = 10 \text{ cm}$$

$$b = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow b = \sqrt{16 + 9} \Rightarrow b = \sqrt{25} \Rightarrow b = 5 \text{ cm}$$

$$o_1 : o_2 = 34 : 28 = 17 : 14$$

Za správný výsledek 2 b.

8.2 Určete, v jakém poměru je obsah obdélníku a čtyřúhelníku. **Poměr obsahů je 12 : 7.**

$$\text{Obsah obdélníku: } S_1 = 8 \cdot 9 \Rightarrow S_1 = 72 \text{ cm}^2$$

Obsah čtyřúhelníku vypočítáme tak, že od obsahu obdélníku odečteme obsahy dvou „odříznutých“ pravouhlých trojúhelníků.

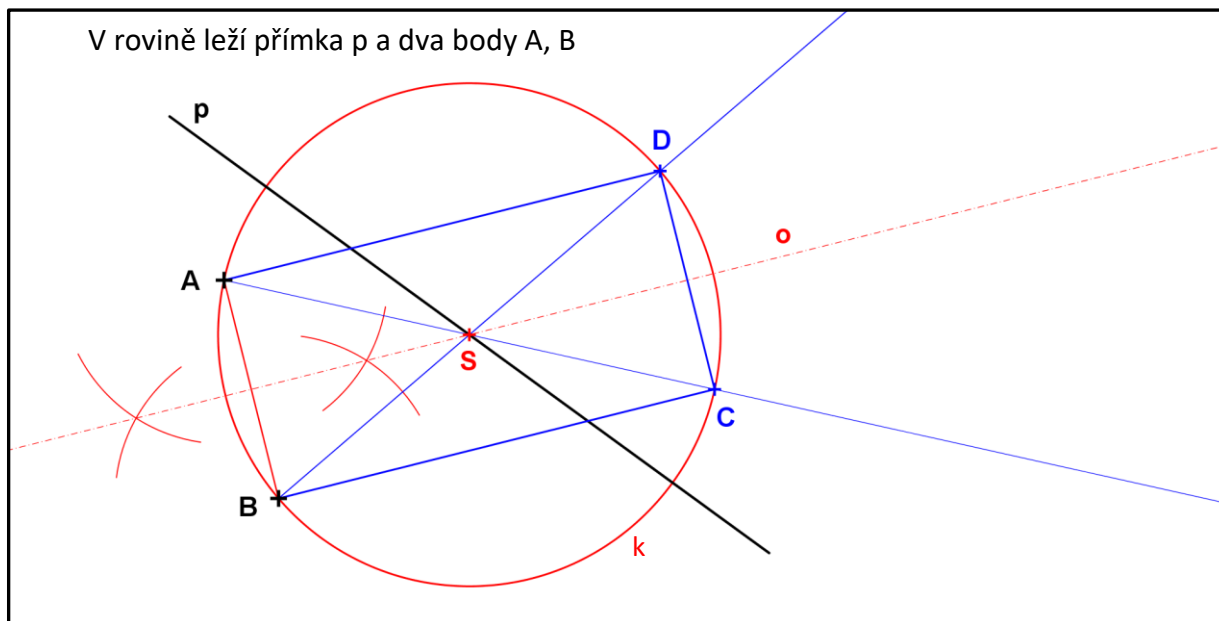
$$S_2 = 8 \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \Rightarrow S_2 = 72 - 6 - 24 \Rightarrow S_2 = 42 \text{ cm}^2$$

$$S_1 : S_2 = 72 : 42 = 36 : 21 = 12 : 7$$

Za správný výsledek 1 b.

Doporučení: Úlohy 9 a 10 rýsujte přímo do záznamového archu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9



max. 3 body

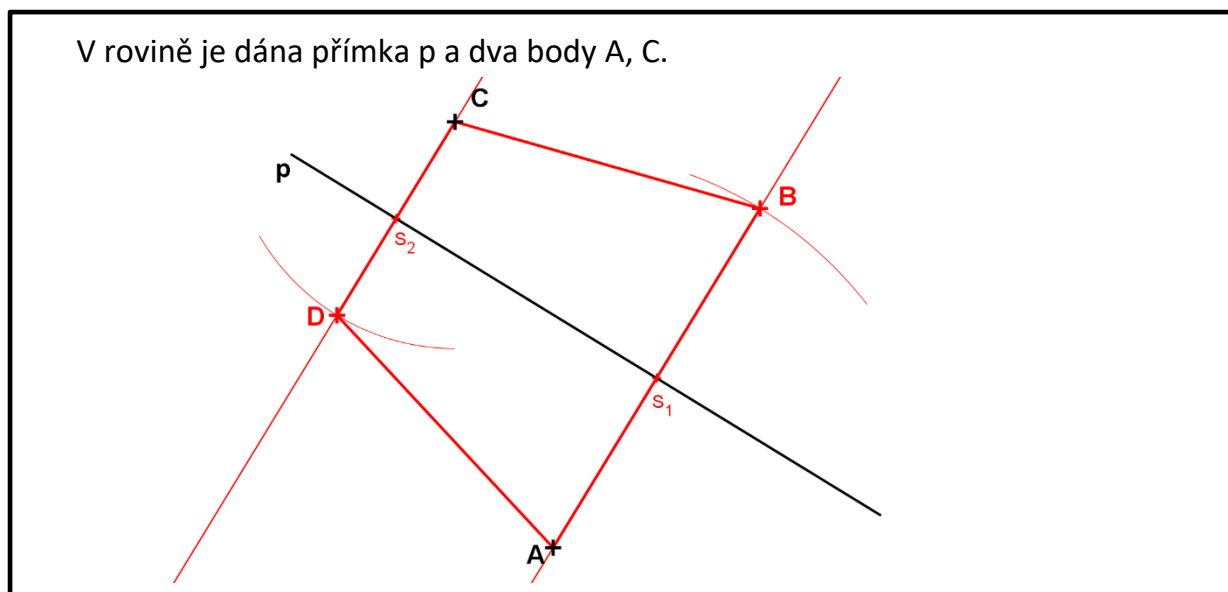
9

9.1 Sestrojte kružnici k , která má střed S na přímce p a která prochází body A, B . – 2 b.

9.2 Sestrojte obdélník $ABCD$ tak, aby průsečík úhlopříček ležel na přímce p . – 1 b.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry, kružnice nebo jejich části **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10



max. 2 body

10 Body A, C jsou vrcholy rovnoramenného lichoběžníku $ABCD$ a přímka p je osa tohoto lichoběžníku. **Sestrojte** lichoběžník $ABCD$. – 2 b.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry, kružnice nebo jejich části **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Pan Rychlý poseče celou svoji zahradu za 6 hodin. Jeho syn poseče tuto zahradu za 10 hodin.

max. 3 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1 – 11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

11.1 Oba společně posečou tuto zahradu za méně než 4 hodiny.

11.2 Oba společně by posekli dvě takové zahrady za 8 hodin.

11.3 Za jednu hodinu posečou oba společně asi 13% této zahrady.

A	N
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Za každou správnou odpověď 1 b.

Společná práce: $\frac{1}{6}x + \frac{1}{10}x = 1 \quad / \quad \cdot 30$

$$5x + 3x = 30$$

$$8x = 30$$

$$x = 3,75 \text{ hod} \Rightarrow 11.1 \text{ je pravdivé tvrzení} - A$$

Z tohoto výpočtu lze odvodit zbývající úkoly:

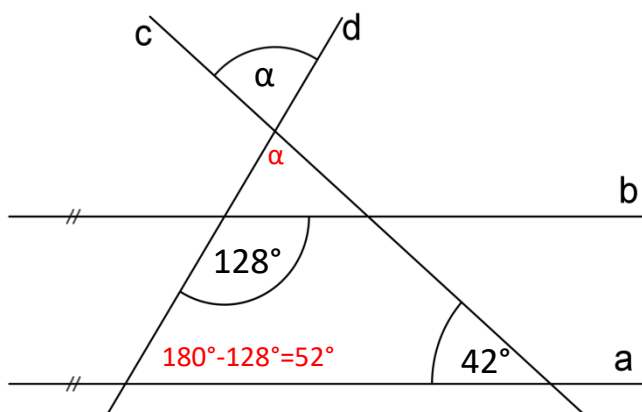
11.2 Dvě takové zahrady posečou za čas $2x = 7,5 \text{ hod} \Rightarrow 11.2 \text{ je nepravdivé tvrzení} - N$

11.3 Jestliže posečou zahradu za $3,75 \text{ hod}$, tak za 1 hodinu musí posekat víc, než jednu čtvrtinu zahrady, což je víc, než 25 % $\Rightarrow 11.3 \text{ je nepravdivé tvrzení} - N$.

Úlohy 12, 13, 14 - za každou správnou odpověď 2 b.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Jsou dány přímky a, b, c, d a některé úhly, které přímky svírají. Přímky a, b jsou rovnoběžné.



2 body

12 Velikost úhlu α je: (Úhel neměřte, ale vypočítejte – obrázek je pouze orientační)

A) 84°

B) 86°

C) 88°

D) 90°

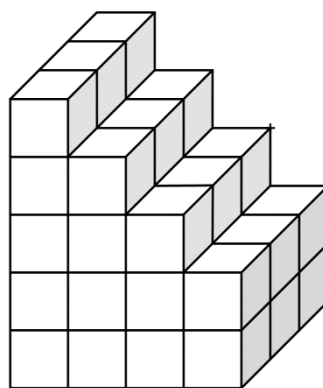
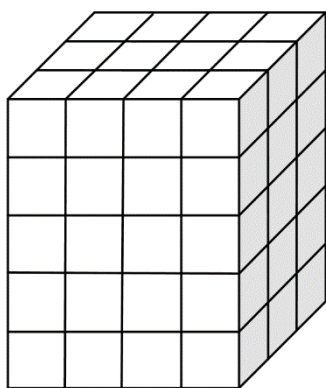
E) jiná velikost

$$\alpha = 180^\circ - 52^\circ - 42^\circ$$

$$\alpha = 86^\circ$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 13 – 14

Z krychliček s délkou hrany 1 dm je postaven kvádr a „schody“.



2 body

13 Rozdíl povrchů obou těles (kvádr minus „schody“) je:

A) 0 dm^2

B) 10 dm^2

C) 12 dm^2

D) 14 dm^2

E) jiná hodnota

Rozdíl povrchů je pouze v přední a zadní stěně těles – ostatní je stejné.

Přední stěna kvádrů: 20 dm^2 (20 čtverečků o straně 1 dm)

Přední stěna „schodů“: 14 dm^2 (14 čtverečků o straně 1 dm)

Rozdíl v přední a zadní stěně je stejný, takže celkový rozdíl povrchů je: $2 \cdot (20 - 14) = 12 \text{ dm}^2$

14 Poměr objemů obou těles (kvádr : „schody“) je :

- A) 10 : 7
- B) 10 : 8
- C) 12 : 10
- D) 14 : 11
- E) jiný poměr

Objem obou těles nejlépe určíme jako: plocha přední stěny krát hloubka

Kvádr: $V_1 = 20 \cdot 3$ „Schody“: $V_2 = 14 \cdot 3$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{20 \cdot 3}{14 \cdot 3} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} = 10 : 7$$

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1 – 15.3) odpovídající výsledek (A – F)

max. 6 bodů

15.1 Na očkování šlo proti původnímu plánu o 6 zdravotníků víc a jejich počet se tak zvýšil o 30%.

Kolik zdravotníků bylo skutečně očkováno?

D

15.2 Petr utratil za tři dny 84 korun. Druhý den utratil 75% toho, co utratil třetí den, první den utratil právě třetinu celkové částky.

Kolik korun utratil třetí den?

F

15.3 V pytlíku je 50% červených kuliček a 20% žlutých kuliček, zbytek jsou modré kuličky. Vyndáme 11 žlutých kuliček a v pytlíku zůstane celkem 99 kuliček různých barev.

Kolik bylo původně žlutých kuliček v pytlíku?

B

- A) 20
- B) 22
- C) 24
- D) 26
- E) 28
- F) 32

Za každou správnou odpověď 2 b.

$$15.1 \quad x + 6 = 1,3x \quad \Rightarrow \quad 0,3x = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 20$$

Původně mělo být očkováno 20 zdravotníků, takže skutečně jich bylo očkováno 26 – **D**.

$$15.2 \quad \text{První den utratil třetinu z 84 Kč, což je } \frac{1}{3} \cdot 84 = 28 \text{ Kč}$$

To znamená, že mu zůstalo $84 - 28 = 56$ Kč

Označíme x částku, kterou utratil třetí den, takže druhý den utratil $0,75x$

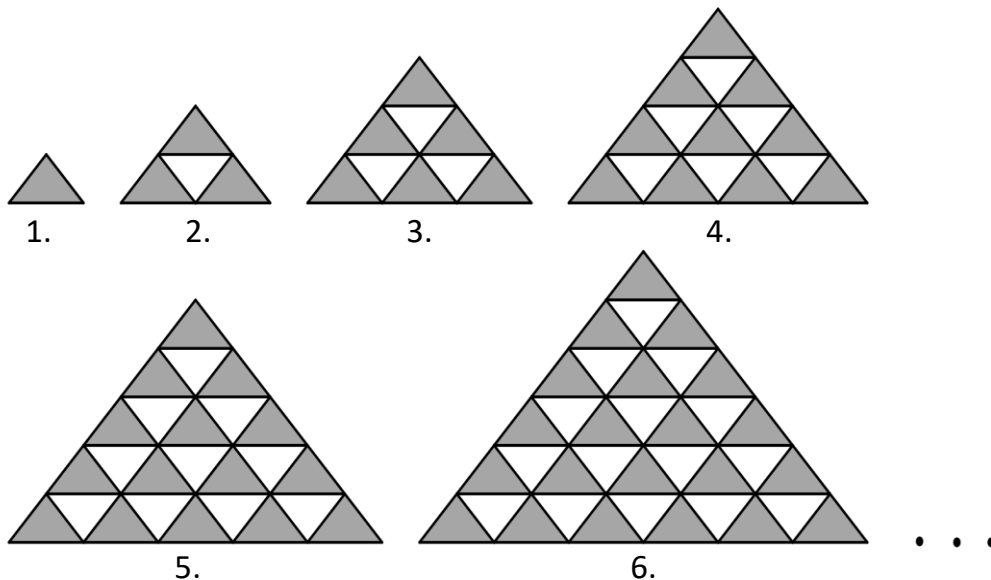
$$x + 0,75x = 56 \quad \Rightarrow \quad 1,75x = 56 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{56}{1,75} \quad \Rightarrow \quad x = 32 \text{ Kč} - \mathbf{F}$$

15.3 Když vyndáme 11 žlutých a zbyde nám 99 kuliček, znamená to, že původně bylo v pytlíku $99 + 11 = 110$ kuliček.

20 % ze 110 je 22 žlutých kuliček – **B**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Mozaika ve tvaru rovnostranného trojúhelníku se skládá z šedých a bílých rovnostranných trojúhelníků o straně 1 cm a zvětšuje se podle obrázku.



max. 6 bodů

16.1 Jaký je rozdíl obvodů desátého a čtvrtého trojúhelníku? **Rozdíl obvodů je 18 cm.**

Vidíme, že strana každého trojúhelníku je tvořena stejným počtem šedých trojúhelníků jako je pořadové číslo trojúhelníku.

Desátý trojúhelník – 10 šedých na jednu stranu – to je 10 cm – obvod 30 cm. Čtvrtý trojúhelník – 4 šedé na jednu stranu – to jsou 4 cm – obvod 12 cm. Rozdíl je $30-12 = 18$ cm

16.2 Kolik šedých trojúhelníčků obsahuje trojúhelník, ve kterém je 55 bílých trojúhelníčků? **Obsahuje 66 šedých trojúhelníčků.**

Pořadové číslo trojúhelníku	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Počet bílých trojúhelníčků	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
Počet šedých trojúhelníčků	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78

16.3 Jak dlouhá řada vznikne, když všechny trojúhelníčky z dvanáctého trojúhelníku postavíme na jednu stranu těsně za sebe do jedné řady? **Vznikne řada dlouhá 144 cm.**

Vidíme, že každý trojúhelník obsahuje n^2 trojúhelníčků, kde n je pořadové číslo trojúhelníku. Takže dvanáctý trojúhelník obsahuje $12^2 = 144$ trojúhelníčků.

Můžeme také použít tabulku z 16.2.

Za každý správný výsledek 2 b.