MATEMATIKA ROZŠIŘUJÍCÍ

MXMVD26C0T04

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

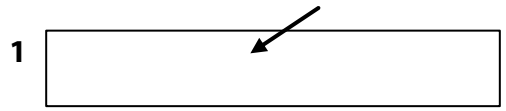
- **Didaktický test** obsahuje **22 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulátor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–11) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 12–22) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

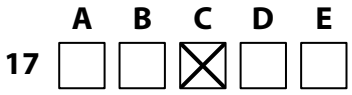
- Výsledky **pište čitelně** do vyznačených bílých polí.



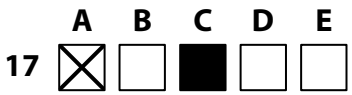
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapište správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

Předmětem autorských práv Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Kamila, Lukáš i Markéta mají dnes narozeniny. Kamile je dnes k let, Markétě je m let. Lukáš je o tři roky mladší než Markéta, ale o polovinu starší, než bude za rok Kamila.

(*CZVV*)

1 bod

1 **Sestavte rovnost, která vyjadřuje vztah mezi neznámými čísly k, m.**

---

max. 2 body

2 Pro komplexně sdružená čísla z a $\overline{z}$ platí rovnost:

$z + 3\mathrm{i} = 2\overline{z} - 4$

Vypočtěte v algebraickém tvaru komplexní číslo z.

max. 3 body

3 Pro $a \in \langle 4; +\infty)$ je dán výraz:

$$\left(\sqrt{a-\sqrt{a^2-16}}-\sqrt{a+\sqrt{a^2-16}}\right)^2$$

3.1 **Vypočtěte hodnotu** výrazu pro $a = 5$.

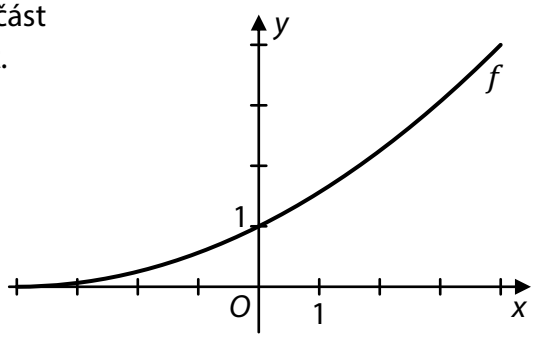
3.2 **Upravte daný výraz** na co nejjednodušší tvar.

V záznamovém archu uveďte v úloze 3.2 celý **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 4

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je zakreslena část grafu kvadratické funkce f s definičním oborem **R**.

Graf protíná souřadnicovou osu *y* v bodě $P[0; 1]$ a jeho vrcholem je bod $V[-4; 0]$.



(*CZVV*)

max. 2 body

4

4.1 **Sestavte předpis** funkce f.

4.2 Přímka s rovnicí $y - 4 = 0$ protíná graf funkce f ve dvou různých bodech *A*, *B*. **Určete vzdálenost** bodů *A*, *B*.

max. 2 body

5 **Řešte v oboru R:**

$4^{4x} - 3 \cdot 4^{2x} + 2 = 0$

---

max. 2 body

6 **Řešte v intervalu** $\langle 0; 2\pi \rangle$**:**

$$\sqrt{\frac{5}{2} - \cos x} = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{3}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Hledané přirozené číslo je násobkem čísla 100.
Dělíme-li se zbytkem hledané číslo číslem 17, neúplný podíl je prvočíslo a zbytek je 13.
Nejmenším takovým číslem je 200, neboť $200 = 17 \cdot 11 + 13$.

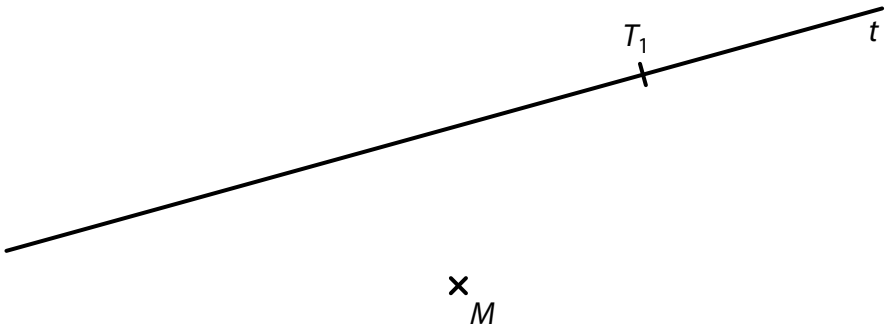
(*CZVV*)

max. 2 body

7 Určete další dvě nejmenší čísla, která mají uvedené vlastnosti.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je dán bod M a přímka t procházející bodem T_1.



(*CZVV*)

max. 3 body

8 Přímka t je společnou tečnou kružnic k_1 a k_2.
Kružnice k_1, k_2 mají vnější dotyk v bodě M.
Bod T_1 je bodem dotyku tečny t a kružnice k_1.

8.1 Hledáme střed S_1 kružnice k_1 a střed S_2 kružnice k_2.
Proveďte náčrtek situace a zapište rozbor nebo postup konstrukce středů S_1 a S_2.

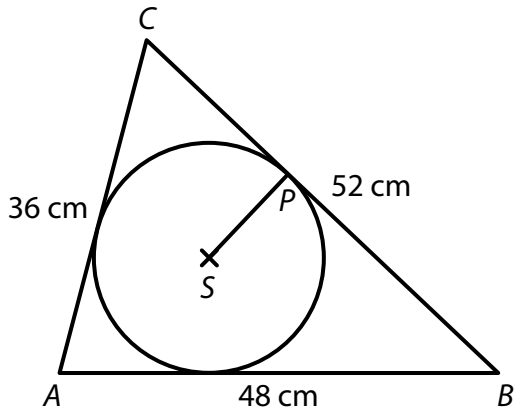
8.2 V obrázku sestrojte kružnice k_1 a k_2.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Trojúhelník *ABC* má strany délek
$|AB| = 48$ cm, $|BC| = 52$ cm, $|AC| = 36$ cm.

Kružnice vepsaná trojúhelníku *ABC* se dotýká strany *BC* v bodě *P* (viz obrázek).



(*CZVV*)

max. 2 body

9 Určete poměr délek $|BP| : |PC|$ v základním tvaru.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Firma si vzala úvěr ve výši U a splatila ho dvěma **stejně vysokými** splátkami – první splatila po uplynutí třetího roku a druhou po uplynutí čtvrtého roku.
Vždy po uplynutí jednoho roku se dluh navýšil o úrok ve výši 8 % aktuální dlužné částky.

(*CZVV*)

max. 3 body

10

10.1 **Vyjádřete výrazem** s proměnnou U výši jedné splátky s.
Ve výrazu nezaokrouhlujte.

V záznamovém archu uveďte v úloze 10.1 celý **postup řešení**.

10.2 **Vypočtěte, kolikrát byla celková splacená částka vyšší než úvěr.**
Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

max. 3 body

11 Pro $x \in \mathbf{R}$ je dána nekonečná geometrická řada:

$1 + \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \cdots$

Určete všechny hodnoty x, pro které

11.1 je řada **divergentní**,

11.2 je součet řady roven 2.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

max. 3 body

12 Každá z následujících funkcí f_1, f_2, f_3 je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

Přiřaďte ke každé funkci (12.1–12.3) její obor hodnot (A–F).

12.1 $f_1: y = |x + 6| + x + 3$ _____

12.2 $f_2: y = |x + 3| - |x + 6|$ _____

12.3 $f_3: y = 3 - |x + 6|$ _____

A) $(-\infty; \infty)$

B) $(-\infty; -3\rangle$

C) $(-\infty; 3\rangle$

D) $\langle -3; 3\rangle$

E) $\langle -3; +\infty)$

F) $\langle 3; +\infty)$

max. 3 body

13 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou dány tři přímky *p*, *q*, *r*, které se protínají v bodě $A[0; 3]$.

Přiřaďte ke každému popisu přímky (13.1–13.3) obecnou rovnici (A–F) popisované přímky.

13.1 Přímka *p* je samodružná v osové souměrnosti s osou *o*: $2x + y = 0$. _____

13.2 Přímka *q* je samodružná ve středové souměrnosti se středem $S[4; 1]$. _____

13.3 Přímka *r* je samodružná v posunutí určeném vektorem $\vec{v} = (2; 4)$. _____

A) $x + 2y - 6 = 0$

B) $x - 2y + 6 = 0$

C) $2x - y + 3 = 0$

D) $4x - 2y + 3 = 0$

E) $4x + y - 3 = 0$

F) žádná z předchozích rovnic (A–E)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Kvůli drobným krádežím měli v obchodě ztráty ve výši 1,8 % průměrné denní tržby.

Když si do obchodu najali hlídače, ztráty klesly na 1,4 % průměrné denní tržby. Hlídačovi vypláceli 2 000 korun denně, ale jeho činnost se jim nevyplatila.

Když si do obchodu objednali profesionální hlídací firmu za denní sazbu 5 000 korun, ztráty z krádeží se snížily na 0,6 % průměrné denní tržby, což se obchodu již vyplatilo.

(*CZVV*)

2 body

14 Z uvedených údajů lze stanovit interval, do kterého spadá výše průměrné denní tržby v obchodě.

Která z následujících hodnot může představovat průměrnou denní tržbu?

A) méně než 300 000 korun

B) 450 000 korun

C) 520 000 korun

D) 3 600 000 korun

E) 4 200 000 korun

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je
součet prvních dvaceti členů s lichým pořadím $(a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{39})$ o 60 menší než součet prvních dvaceti členů se sudým pořadím $(a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{40})$.

(*CZVV*)

2 body

15 Jaká je diference dané aritmetické posloupnosti?

A) 3

B) 5

C) 6

D) 10

E) 15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 16–17

Balíček obsahuje 32 karet, z toho jsou 4 esa.

Každý ze 4 hráčů si z balíčku náhodně vytáhne 2 karty, které si ponechá.

(*CZVV*)

2 body

16 **Jaká je pravděpodobnost, že si žádný ze čtyř hráčů nevytáhne ani jedno eso?** (Výsledek je zaokrouhlen na setiny.)

A) méně než 0,29

B) 0,30

C) 0,32

D) 0,35

E) více než 0,36

2 body

17 **Jaká je pravděpodobnost, že po vytažení prvních dvou karet zbudou v balíčku nejvýše 3 esa?** (Výsledek je zaokrouhlen na setiny.)

A) méně než 0,20

B) 0,21

C) 0,24

D) 0,27

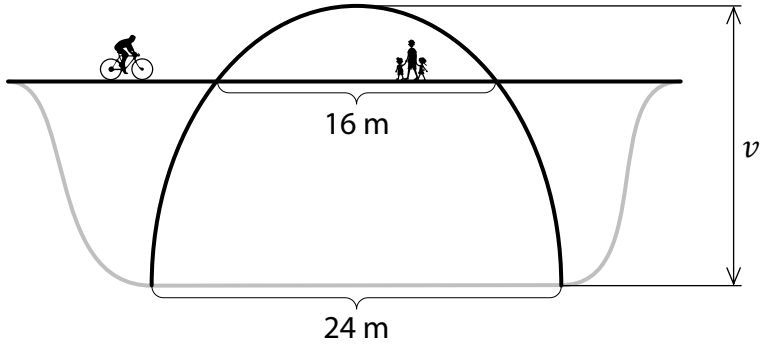
E) více než 0,28

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Lávka přes údolí se skládá z nosného oblouku a vodorovné mostovky, po níž vede stezka pro chodce a cyklisty.

Nosný oblouk má tvar půlelipsy, jejíž krajní body jsou vedlejšími vrcholy elipsy. Oblouk je souměrný podle svislé osy, má rozpětí 24 m a výšku v (viz obrázek).

Vodorovná mostovka protíná nosný oblouk, prochází ohniskem elipsy a délka její části nacházející se pod obloukem je 16 m.



(*CZVV*)

2 body

18 Jaká je výška v nosného oblouku lávky?

A) 12 m

B) 15 m

C) 16 m

D) 18 m

E) 20 m

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Z místa vzdáleného 100 m od přímé dálnice byl úsek této dálnice zaměřen pod úhlem 90°. Nejbližší bod dálnice od místa pozorování se nachází v jedné třetině zaměřeného úseku.

(*CZVV*)

2 body

19 **Jaká je délka zaměřeného úseku dálnice?**
(Výsledek je zaokrouhlen na desítky metrů.)

A) 140 m

B) 170 m

C) 190 m

D) 210 m

E) 240 m

---

2 body

20 V kartézské soustavě souřadnic *Oxyz* protíná rovina ϱ souřadnicové osy v bodech $X[3; 0; 0]$, $Y[0; 3; 0]$ a $Z[0; 0; 6]$.

Který vektor je normálovým vektorem roviny ϱ?

A) $\vec{n} = (2; 2; 1)$

B) $\vec{n} = (1; 1; 2)$

C) $\vec{n} = (1; 1; 0)$

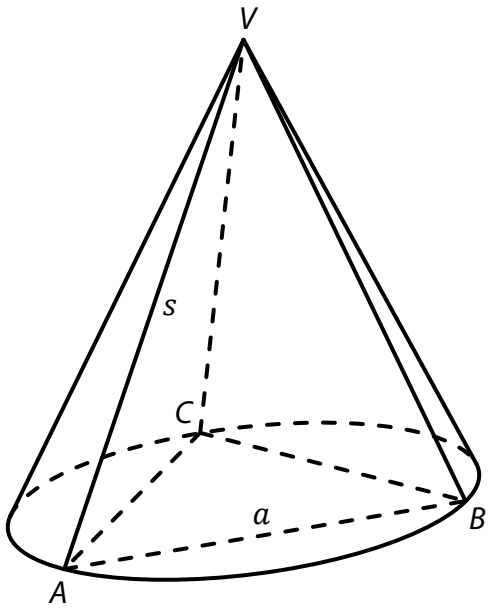
D) $\vec{n} = (1; 1; -2)$

E) žádný z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Podstavou pravidelného trojbokého jehlanu *ABCV* je rovnostranný trojúhelník *ABC* se stranou délky a. Boční hrana jehlanu má délku s.

Jehlanu je opsán rotační kužel (viz obrázek). Poměr obsahu pláště kužele ku obsahu podstavy kužele je 2 : 1.



(*CZVV*)

2 body

21 Jaký je poměr délek $s : a$?

A) $3\sqrt{2} : 2$

B) $2 : 1$

C) $\sqrt{3} : 1$

D) $\sqrt{6} : 2$

E) $2\sqrt{3} : 3$

max. 3 body

22 Obsahy tří stěn kvádru jsou $9\sqrt{2}$ cm^2, $6\sqrt{2}$ cm^2 a 12 cm^2.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
22.1	Objem kvádru je 36 cm^3.	☐	☐
22.2	Délka nejkratší hrany kvádru je větší než 2,9 cm.	☐	☐
22.3	Nejdelší stěnová úhlopříčka kvádru má délku $3\sqrt{3}$ cm.	☐	☐

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.