

MATEMATIKA

MAMZD25C0T04

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

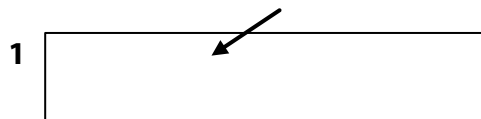
- **Didaktický test** obsahuje **25 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulátor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píše do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–14) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 15–25) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědi

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Autobus páteřní linky odjíždí z výchozí zastávky ve 13:00 a dále pak během celé odpolední špičky, tj. od 13:00 do 18:00, vždy každých 5 minut.

Bezprostředně za uvedenou zastávkou se nachází světelná křižovatka, na které se během celé odpolední špičky rozsvěcí červená pro směr jízdy od zastávky v celou hodinu a poté každé 3 minuty. Červená svítí na semaforu vždy nejvýše půl minuty.

(CZVV)

1 bod

- 1** Vypočtěte, kolik autobusů páteřní linky odjíždějících z výchozí zastávky projede během odpolední špičky křižovatkou, aniž by musely zastavit na červenou.

1 bod

2

Pro $n \in \mathbf{N}$ vyjádřete šestnáctinásobek výrazu $\left(\frac{1}{4}\right)^{-256n}$.

Výsledek запиšte ve tvaru mocniny o základu 4.

1 bod

- 3** Určete všechna celá čísla k , která vyhovují oběma nerovnostem:

$$|\pi - 10| < k < \pi + 7$$

max. 2 body

4 Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, y \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, x \neq y, x \neq -y$ zjednodušte:

$$\left(\frac{x+y}{2x-2y} - \frac{x-y}{2x+2y} \right) \cdot \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Do nádrže osobního auta se vejde nejvýše 48 litrů benzínu.

Auto vyjelo s plnou nádrží a po celou dobu jízdy udržovalo průměrnou spotřebu 6 litrů benzínu na 100 km jízdy.

(CZVV)

max. 2 body

5 Vzdálenost v kilometrech, kterou auto ujelo, označíme d .

5.1 **Výrazem** s proměnnou d **vyjádřete** v litrech objem benzínu, který **zbývá v nádrži** po ujetí vzdálenosti d .

5.2 V nádrži auta zbylo 27 litrů benzínu.

Vypočtete, kolik kilometrů auto ujelo.

max. 2 body

6 Pro $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$ a $z \in \mathbf{R}$ řešte soustavu:

$$5x + y - 2z = 8$$

$$-x - y - 2z = 8$$

$$x + z = 2$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

max. 2 body

7 Řešte v oboru \mathbf{R} :

$$\log_{10}(1000 - x^2) = 2 \cdot \log_{10} 10$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

max. 2 body

- 8 Pro všechna přípustná $x \in \mathbf{R}$ jsou dány výrazy U a V :

$$U = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x+6}$$

$$V = \frac{2}{x+3} - \frac{5}{3x+9}$$

Určete všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která mají výrazy U a V stejnou hodnotu.

max. 2 body

- 9 Řešte v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:

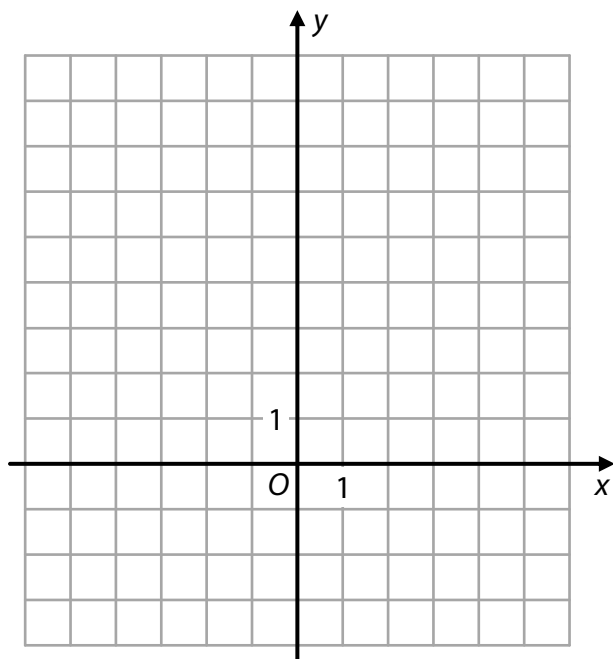
$$-2 \cdot \sin x = \sqrt{3}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Kvadratické funkce f, g jsou definovány pro všechna $x \in \mathbf{R}$:

$$f: y = (x + 1)^2$$

$$g: y = -x^2 + 5$$



(CZVV)

max. 3 body

10

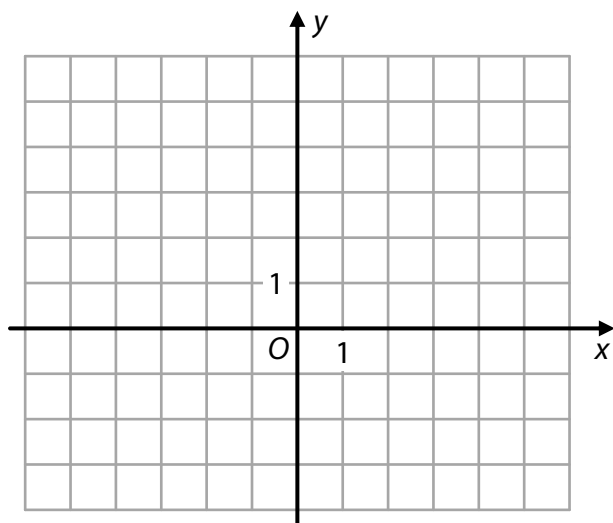
- 10.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy **sestrojte** grafy obou kvadratických funkcí f, g a **vyznačte** body P, Q , v nichž se grafy protínají.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

- 10.2 **Určete** obě souřadnice každého z průsečíků P, Q grafů funkcí f a g .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány body $A[-3; -1]$, $C[3; 2]$ a $S[-1; 2]$.
Bod S je střed strany AB trojúhelníku ABC .



(CZVV)

max. 2 body

11

- 11.1 **Určete** obě souřadnice vrcholu B trojúhelníku ABC .
- 11.2 **Sestavte** obecnou rovnici přímky, na které leží těžnice t_c na stranu AB trojúhelníku ABC .

max. 2 body

- 12 V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$a_3 + a_5 = 0, \quad a_1 = 9$$

Vypočtěte

- 12.1 čtvrtý člen a_4 posloupnosti,
- 12.2 součet prvních pěti členů posloupnosti.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Kulový vrchlík má obsah $20\pi \text{ cm}^2$ a tvoří 20 % povrchu celé koule.

(CZVV)

1 bod

13 Určete v cm poloměr koule.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Aritmetický průměr hmotností všech jablek na stole byl 214 g. Z těchto jablek jsme na stole nechali jen tři větší jablka a ostatní jablka jsme dali do prázdného košíku.

Aritmetický průměr hmotností tří jablek ponechaných na stole je 240 g
a aritmetický průměr hmotností všech jablek v košíku je 208 g.

(CZVV)

max. 2 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik jablek jsme dali do košíku.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Lenka nakoupila dluhopis za cenu 200 tisíc korun.
Po uplynutí doby splatnosti dluhopisu Lenka obdržela 234 tisíc korun, což byla nákupní cena dluhopisu navýšená o úrok zdaněný 15% daní z příjmu.

(CZVV)

max. 3 body

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
15.1 Lenka obdržela částku o 17 % vyšší, než byla nákupní cena dluhopisu.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.2 Daň z úroku z Lenčina dluhopisu činila 6 000 korun.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.3 Úrok z dluhopisu byl před zdaněním o 15 % vyšší než po zdanění.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

V mateřské škole mají nůžky pro praváky i nůžky pro leváky, aby děti při vystřihování cvičily svou dominantní ruku. Všechny děti chodí do mateřské školy ráno, některé z nich odcházejí po obědě a ostatní zůstávají na odpolední program.

Při dopoledním vystřihování tvořili leváci 10 % všech dětí přítomných v mateřské škole. Někteří praváci šli po obědě domů, zatímco všichni leváci zůstali na odpolední program. Při odpoledním vystřihování tak leváci tvořili již 25 % všech přítomných dětí.

(CZVV)

2 body

16 Kolik procent praváků odešlo po obědě domů?

- A) 15 %
- B) 20 %
- C) 40 %
- D) 60 %
- E) více než 60 %

2 body

17 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru \mathbb{R} interval $(2; 3)$?

A) $x^2 + 6x + 5 < 0$

B) $x^2 - 6x + 5 < 0$

C) $x^2 + 5x + 6 < 0$

D) $x^2 - 5x + 6 < 0$

E) $x^2 - 5x - 6 < 0$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány přímky p, q .

$p: x = 3t,$

$y = 1 - t, \quad t \in \mathbb{R}$

$q: x + 3y - 6 = 0$

(CZVV)

2 body

18 Které z následujících tvrzení je pravdivé?

A) Přímka q je kolmá k přímce p .

B) Přímky p, q nejsou rovnoběžné.

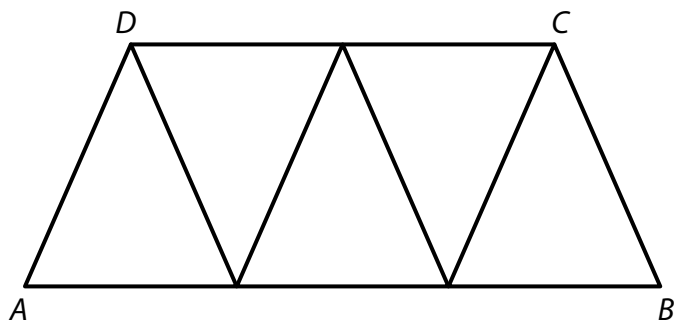
C) Vzdálenost přímek p, q je 3.

D) Přímky p, q mají alespoň dva společné body.

E) Žádné z předchozích tvrzení (A–D) není pravdivé.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 19–20

Lichoběžník $ABCD$ se skládá z pěti shodných rovnoramenných trojúhelníků (viz obrázek). Lichoběžník $ABCD$ má obsah 600 cm^2 a výšku 15 cm .



(CZVV)

2 body

19 O kolik cm se liší délky obou základů lichoběžníku $ABCD$?

- A) o 16 cm
- B) o 12 cm
- C) o 10 cm
- D) o 8 cm
- E) o jinou délku

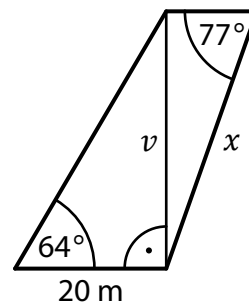
2 body

20 Jaký je obvod lichoběžníku $ABCD$?

- A) 71 cm
- B) 91 cm
- C) 105 cm
- D) 110 cm
- E) 114 cm

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Na obrázku je zahrada tvaru lichoběžníku, jehož delší základna měří 20 m, dva jeho vnitřní úhly jsou ostré a mají velikosti 64° a 77° .



(CZVV)

2 body

21 Která z následujících rovností vyjadřuje délku ramene x v metrech?

- A) $x = 20 \cdot \frac{\operatorname{tg} 64^\circ}{\cos 77^\circ}$
- B) $x = 20 \cdot \frac{\operatorname{tg} 64^\circ}{\sin 77^\circ}$
- C) $x = 20 \cdot \frac{\cos 64^\circ}{\sin 77^\circ}$
- D) $x = 20 \cdot \operatorname{tg} 64^\circ \cdot \cos 77^\circ$
- E) $x = 20 \cdot \cos 64^\circ \cdot \sin 77^\circ$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V jedné vesnici na Slovensku se několik rodin domluvilo, že si vzájemně pošlou po jedné pohlednici z letní a po jedné pohlednici ze zimní dovolené.

Každá z rodin uskutečnila pouze jednu letní a jednu zimní dovolenou a všichni dodrželi domluvu. Celkem tak bylo mezi těmito rodinami z dovolených posláno 420 pohlednic.

(CZVV)

2 body

22 Kolik rodin se domluvilo na posílání pohlednic z dovolené?

- A) méně než 14 rodin
- B) 14 rodin
- C) 15 rodin
- D) 20 rodin
- E) více než 20 rodin

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

V přepravce je 15 lahví bílého vína, z nichž právě 3 vína jsou z odrůdy Chardonnay. Z přepravky náhodně vybereme 5 lahví vína.

(CZVV)

2 body

23 Jaká je pravděpodobnost, že právě dvě z vybraných vín budou z odrůdy Chardonnay?

A) $\frac{20}{91}$

B) $\frac{10}{91}$

C) $\frac{4}{91}$

D) $\frac{2}{91}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Funkce f je definována pro všechny přípustné hodnoty $x \in \mathbf{R}$:

$$f: y = \frac{1 - 3x}{x}$$

V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojíme graf funkce f .

(CZVV)

2 body

24 Která z následujících přímk (a, b, c, d, e) nemá s grafem funkce f žádný společný bod?

A) $a: x = -3$

B) $b: x = 3$

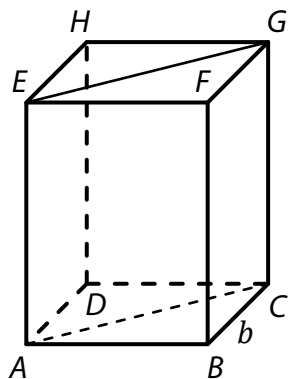
C) $c: y = -3$

D) $d: y = 3$

E) $e: y = 1 - 3x$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 25

Úhlopříčným řezem kváдру $ABCDEFGH$ je čtverec $ACGE$ o obsahu 841 cm^2 .
Délka hrany BC kváдру je $b = 21 \text{ cm}$.



(CZVV)

max. 4 body

25 Přiřadte ke každé stěně kváдру (25.1–25.2) její obsah (A–F).

25.1 $BCGF$ _____

25.2 $ABCD$ _____

- A) menší než 441 cm^2
- B) 441 cm^2
- C) 580 cm^2
- D) 609 cm^2
- E) 735 cm^2
- F) větší než 735 cm^2

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
