

# MATEMATIKA

MAMZD25C0T01

## DIDAKTICKÝ TEST

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**  
**Hranice úspěšnosti: 33 %**

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

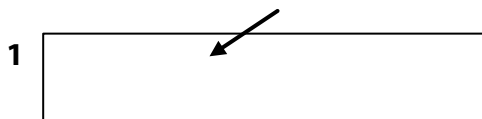
- **Didaktický test** obsahuje **25 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulátor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–14) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 15–25) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na trhu prodávají borůvky dva prodejci.  
První prodejce prodává 1 litr za 150 korun. Přitom 1 litr borůvek má hmotnost 650 g.  
Druhý prodejce borůvky váží a za 0,5 kg se zaplatí 120 korun.  
Zákazník koupil levnější borůvky celkem za 600 korun.

(CZVV)

**1 bod**

- 1 Vypočtete, za kolik korun by zákazník koupil dražší borůvky o stejné hmotnosti.**

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Pohyb matematického kyvadla popisuje rovnice

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

kde  $T$  je perioda kyvu kyvadla,  $l$  je délka kyvadla a  $g$  je tíhové zrychlení.

(CZVV)

**1 bod**

- 2 Z uvedených rovnic vyjádřete délku kyvadla  $l$ .**

max. 2 body

- 3** Množina A obsahuje všechny celočíselné dělitele čísla 1470.  
Množina B obsahuje všechna celá čísla z intervalu (120; 320).

**Zapište všechna čísla, která jsou prvky průniku  $A \cap B$  obou množin A, B.**

---

max. 2 body

- 4** Pro  $a \in \mathbb{R} \setminus \{-0,5; 0,5\}$  zjednodušte:

$$(1 - 2a)^2 : \left( \frac{1 + 4a^2}{1 + 2a} - 2a \right) =$$

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 5–6

V našem autě lze používat dva druhy paliva – běžné nebo power.

Průměrná spotřeba paliva na 100 km jízdy našeho auta je při používání běžného paliva 6,5 litru, ale při používání power paliva se sníží na 5,8 litru.

Jeden litr běžného paliva jsme nakupovali vždy za 34,80 korun, zatímco cena 1 litru power paliva byla o  $x$  korun vyšší než cena 1 litru běžného paliva.

(CZVV)

**max. 2 body**

**5** Naším autem jsme pravidelně jezdili trasu dlouhou  $d$  km.

5.1 **Vyjádřete výrazem** s proměnnou  $d$ , kolik korun jsme v průměru zaplatili za běžné palivo spotřebované naším autem na této trase.

5.2 **Vyjádřete výrazem** s proměnnými  $x$  a  $d$ , kolik korun jsme v průměru zaplatili za power palivo spotřebované naším autem na této trase.

**1 bod**

**6** Za palivo spotřebované naším autem jsme na téže trase zaplatili při použití běžného paliva stejnou částku jako při použití power paliva.

**Vypočtete, o kolik korun byl 1 litr power paliva dražší než 1 litr běžného paliva.**

max. 2 body

**7** Pro  $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$  a  $z \in \mathbf{R}$  řešte soustavu:

$$x + 2y + z = 15$$

$$x - 2y + z = 3$$

$$2x + 3z = 9$$

**V záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení**.

---

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Průměrný plat všech zaměstnanců v oddělení je 46 200 korun.

Seniorní zaměstnanci tvoří třetinu všech zaměstnanců v oddělení a jejich průměrný plat je o 6 000 korun vyšší než průměrný plat zbývajících zaměstnanců v oddělení.

(CZVV)

max. 2 body

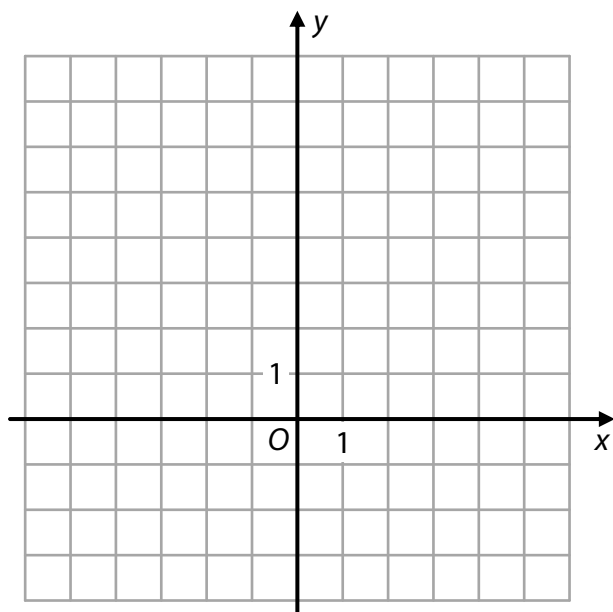
**8** Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete průměrný plat seniorních zaměstnanců.**

**V záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Kvadratická funkce  $f: y = \frac{1}{2}x^2 - 2$  je definována pro všechna  $x \in \mathbf{R}$ .

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  má graf lineární funkce  $g$  s grafem funkce  $f$  právě dva společné body:  $A[4; a_2]$ ,  $B[0; b_2]$ .



(CZVV)

max. 2 body

9

9.1 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  sestrojte graf kvadratické funkce  $f$ .

**V záznamovém archu** obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

9.2 Sestavte předpis lineární funkce  $g$ .

max. 2 body

10 Je dáno  $x \in \mathbf{R}$ , pro které platí:

$$\log_4 x = 5$$

**Pro dané  $x$  vypočtěte:**

10.1  $(\log_4 x)^3 =$

10.2  $\log_4 x^3 =$

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou dány dvě rovnoběžné přímky  $p, q$ .  
Přímka  $p$  je určena rovnicí  $x + 2y + 4 = 0$ , přímka  $q$  prochází bodem  $Q[1; 0]$ .

(CZVV)

**max. 2 body**

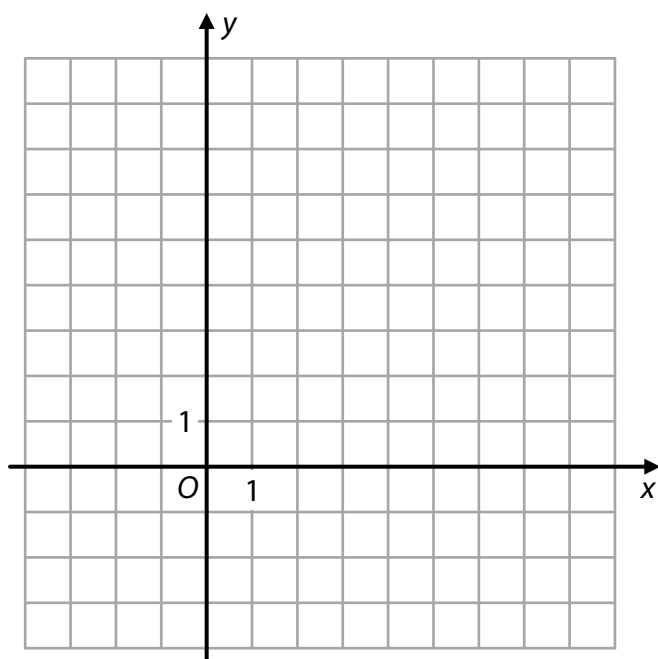
**11**

11.1 Zapište obecnou rovnici přímky  $q$ .

11.2 Vypočtěte vzdálenost přímek  $p, q$ .

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je dán bod  $A[-1; 4]$ .  
Bod  $B[3; b_2]$  je umístěn tak, že vektor  $\vec{u} = B - A$  má velikost 5.



(CZVV)

**max. 2 body**

**12 Určete souřadnice bodu  $B$ .**

U každého bodu  $B$ , který splňuje dané podmínky, zapište obě souřadnice.

max. 2 body

**13** V nekonečné geometrické posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  platí:

$$a_3 = 5, \quad \frac{a_4}{a_2} = 9$$

13.1 Vypočtěte pátý člen  $a_5$  posloupnosti.

13.2 Určete, kolikrát větší je součet členů  $a_5 + a_6$  než součet členů  $a_1 + a_2$ .

---

max. 2 body

**14** V kosočtverci je velikost výšky ku délce strany v poměru 3 : 8.

**Vypočtěte velikost  $\varphi$  ostrého vnitřního úhlu kosočtverce.**

Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**



## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

První hrací kostka je šestistěnná a může na ní padnout kterékoli z čísel 1 až 6, a to se stejnou pravděpodobností. Druhá kostka je osmistěnná a může na ní padnout kterékoli z čísel 1 až 8, a to se stejnou pravděpodobností.

Při hoedu oběma kostkami uvažujme následující jevy:

Jev X: Na obou kostkách padne liché číslo.

Jev Y: Součet čísel, která padnou na kostkách, je lichý.

Jev Z: Součet čísel, která padnou na kostkách, je sudý.

(CZVV)

max. 3 body

**15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

15.1 Pravděpodobnost jevu X je 0,25.

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

15.2 Pravděpodobnost jevu Y je stejná jako pravděpodobnost jevu X.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

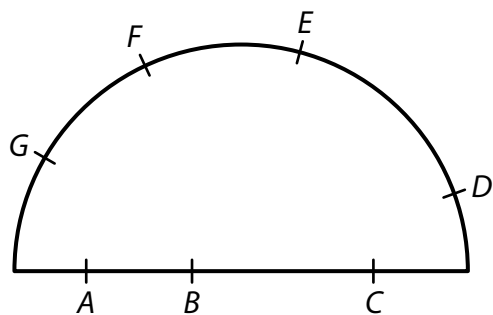
15.3 Pravděpodobnost jevu Z je větší než pravděpodobnost jevu Y.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

V rovině leží půlkruh. Jeho hranice se skládá z úsečky a půlkružnice.

Na hranici půlkruhu je umístěno 7 různých bodů tak, že tři body A, B, C leží na úsečce a zbývající čtyři body D, E, F, G leží na půlkružnici.



(CZVV)

2 body

**16 Kolik různých přímek obsahuje vždy alespoň dva z uvedených 7 bodů?**

- A) 15 přímek
- B) 17 přímek
- C) 19 přímek
- D) 21 přímek
- E) jiný počet přímek

**2 body**

- 17** V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou dány nenulové vektory  $\vec{u} = (12; -8)$ ,  $\vec{v} = (a^2; a)$ .

**Pro které  $a \in \mathbb{R}$  jsou vektory  $\vec{u}, \vec{v}$  navzájem kolmé?**

- A)  $a = 0,25$
- B)  $a = 0,3$
- C)  $a = 0,\overline{6}$
- D)  $a = 1,5$
- E) pro žádnou z uvedených hodnot  $a$

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18**

Trojčípé šátky mají tvar rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku. Kratší strana menšího šátku má délku 50 cm. Obsah většího šátku je o 125 % větší než obsah menšího šátku.

(CZVV)

**2 body**

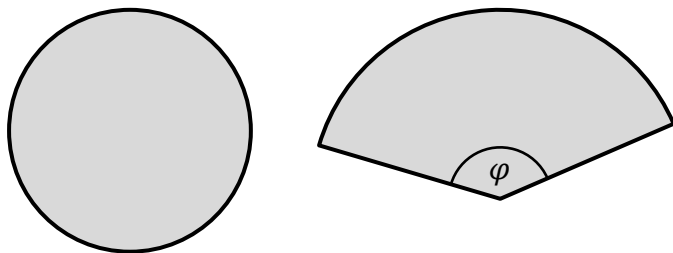
- 18** **Jak dlouhá je delší strana většího šátku?**

Výsledky jsou zaokrouhleny na celé cm.

- A) 63 cm
- B) 71 cm
- C) 88 cm
- D) 106 cm
- E) 159 cm

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19**

Kruh s poloměrem  $r$  má stejný obsah jako kruhová výseč se středovým úhlem  $\varphi$  a poloměrem  $\frac{3}{2}r$ .



(CZVV)

**2 body**

**19 Jakou velikost má úhel  $\varphi$ ?**

- A)  $120^\circ$
- B)  $160^\circ$
- C)  $200^\circ$
- D)  $240^\circ$
- E) jinou velikost

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20**

Vnitřní prostor nádoby má tvar rotačního válce s podstavou o průměru 12 cm a výškou 16 cm. Hladina vody v nádobě je ve výšce 11 cm ode dna. Do nádoby vhodíme kovovou kuličku o poloměru 3 cm. Kulička klesne ke dnu a hladina vody v nádobě stoupne.

(CZVV)

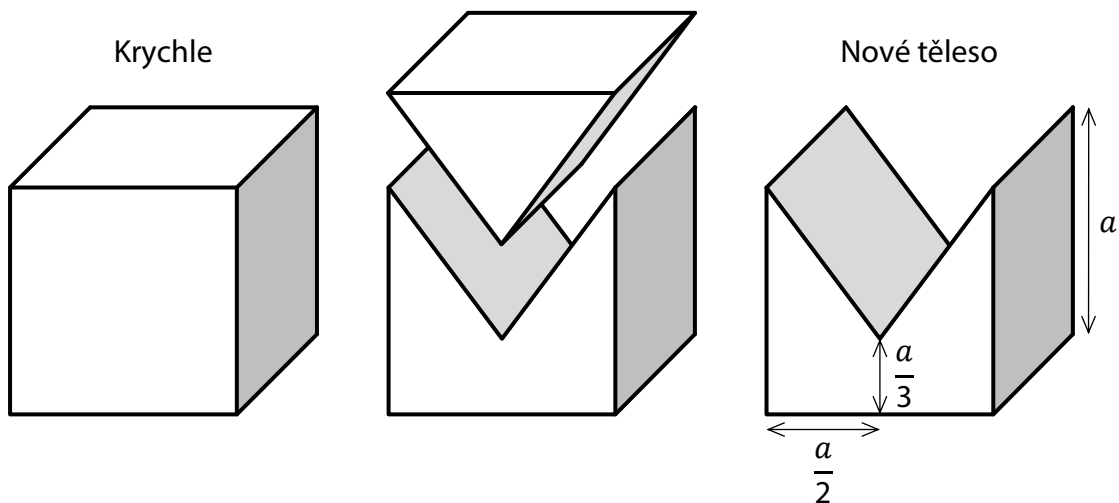
**2 body**

**20 O kolik stoupne hladina vody v nádobě po vhození kuličky?**

- A) o 2,00 cm
- B) o 1,50 cm
- C) o 1,25 cm
- D) o 1,00 cm
- E) o 0,50 cm

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Z krychle s hranou délky  $a$  byl dvěma šikmými řezy oddělen trojboký hranol, a vzniklo tak nové těleso (viz obrázek).



(CZVV)

**2 body**

**21 Jaký je poměr povrchu krychle ku povrchu nového tělesa (v tomto pořadí)?**

- A) 1 : 1
- B) 9 : 10
- C) 6 : 7
- D) 5 : 6
- E) 3 : 5

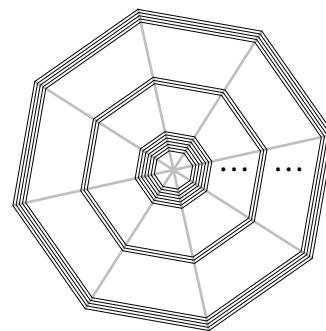
## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

V husté dekorační pavučině jsou na drátěné konstrukci napnutá vlákna. Každé vlákno je napnuto kolem dokola a připevněno ke všem drátům konstrukce.

Nejkratší vlákno je nejbližší středu a jeho délka je 24 cm.

Každé další vlákno je o 4 mm delší než předchozí.

Poslední vlákno napnuté po obvodu pavučiny má délku 2 m.



(CZVV)

**2 body**

### 22 Kolik vláken je celkem použito v dekorační pavučině?

- A) méně než 450 vláken
- B) 450 vláken
- C) 500 vláken
- D) 550 vláken
- E) více než 550 vláken

---

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Růst počtu bakterií byl za stálých podmínek exponenciální.  
Za každých 24 hodin vzrostl počet bakterií 64krát.

(CZVV)

**2 body**

### 23 Za jak dlouho vzrostl počet bakterií 4krát?

- A) za 1,5 hodiny
- B) za 4 hodiny
- C) za 6 hodin
- D) za 8 hodin
- E) za jinou dobu

24 Je dána rovnice s neznámou  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ :

$$\operatorname{tg} x = 3 \cdot \operatorname{cotg} x$$

**Kolik řešení má daná rovnice v uvedeném intervalu?**

- A) žádné
- B) jedno
- C) dvě
- D) tři
- E) čtyři

---

max. 4 body

25 **Přiřadte ke každému intervalu (25.1–25.2) rovnici (A–F), jejíž všechna řešení v oboru  $\mathbb{R}$  patří do tohoto intervalu.**

25.1  $(-8; -2)$  \_\_\_\_\_

25.2  $(2; 8)$  \_\_\_\_\_

A)  $x^2 - 6x + 10 = 0$

B)  $\frac{(x+3)(x-1)}{(1-x)(x+5)} = 0$

C)  $x^2 = 4x$

D)  $x^2 = 16$

E)  $x^2 + 15 = 8x$

F)  $(x-4)^2 = 9$

---

**ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.**

---