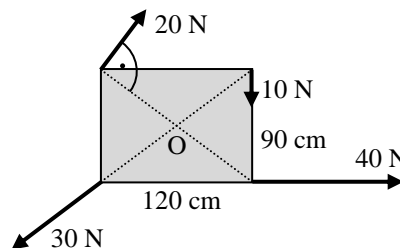


10. Tuhé těleso

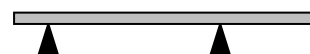
- 10.1 Obdélníková tenká deska s rozměry 120 cm a 90 cm je otáčivá kolem osy jdoucí jejím středem a kolmé k rovině desky. Na desku působí síly podle obrázku. Určete velikost a směr výsledného momentu síly a směr otáčení desky, který tento moment síly způsobí.



- 10.2 Adam a David tlačili rukou kolmo do dveří. David chtěl dveře více otevřít, tlačil silou o velikosti 30 N ve vzdálenosti 80 cm od osy otáčení. David chtěl dveře zavřít, tlačil stejně velkou silou ve vzdálenosti 60 cm od osy otáčení.

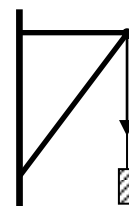
- a) Určete velikost výsledného momentu síly působícího na dveře a jeho pohybový účinek.
b) Jak musí změnit David velikost síly, aby se dveře uváděly do pohybu v opačném směru?

- 10.3 Vodorovný trám délky 6,00 m je podepřen dvěma vzpěrami ve vzdálenosti 50 cm od jednoho konce a 180 cm od druhého konce trámu. Na trám působí tíhová síla 1850 N. Určete velikosti sil, kterými trám působí na vzpěry.



- 10.4 Drát délky 32 cm je zahnutý do tvaru písmene „L“ s poměrem délek 3:1. V jaké vzdálenosti od spojnice ramen je nutné drát zavěsit, aby jedno rameno bylo vodorovné a druhé svislé? Najděte obě možnosti.

- 10.5 Závěsnou konstrukci tvoří vodorovná tyč délky 18 cm a šikmá tyč délky 30 cm. Na spojnici tyčí je zavěšeno těleso, které spojnici zatěžuje silou o velikosti 48 N.
- a) Určete úhel mezi tyčemi konstrukce.
b) Určete síly, které působí na vodorovnou tyč a na šikmou tyč konstrukce.

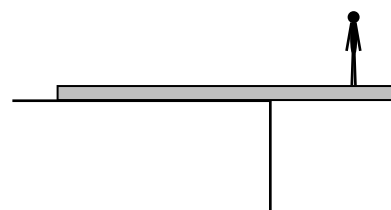


- 10.6 Prázdný sud tvaru válce je bez horního víka. Jeho poloměr je 40 cm a výška 60 cm.

- a) Určete poměr hmotností dna a pláště sudu.
b) Určete výšku těžiště sudu nad jeho dnem.

- 10.7 Na stavbě na vodorovné plošině leží trám délky 5,00 m a o hmotnosti 120 kg, přičemž přesahuje délkou 1,70 m hranu zdi.

- a) Do jaké maximální vzdálenosti od hrany zdi se může na trám postavit člověk o hmotnosti 75 kg, aby se s trámem nepřevrátil?
b) Při jakém maximálním přesahu trámu přes hranu zdi se může tentýž člověk postavit na konec trámu?



- 10.8 Jakou práci vykonáme a jakou maximální silou musíme působit, jestliže chceme do svislé polohy postavit

- a) ležící prkno délky 3,00 m a o hmotnosti 4,00 kg ?
b) ležící desku tvaru rovnostranného trojúhelníku o hmotnosti 6,00 kg a s délkou hrany 120 cm ?

- 10.9 Žulový čtyřboký hranol má podstavu tvaru čtverce o délce hrany 20 cm, výšku 48 cm a spočívá na své podstavě. Hustota žuly je $2600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Určete práci nutnou k položení hranolu a práci nutnou k jeho opětovnému postavení.
- 10.10 Plná homogenní koule o poloměru 8,0 cm má moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející jejím středem $0,043 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Určete její hmotnost a hustotu.
- 10.11 Rotor elektromotoru se otáčí s úhlovou rychlostí $290 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, přičemž jeho kinetická energie rotačního pohybu je 2,7 kJ.
- Určete dobu jedné otáčky.
 - Určete moment setrvačnosti rotoru.
- 10.12 Ocelový setrvačnick tvaru plného homogenního válce o poloměru 40 cm a o hmotnosti 350 kg se otáčí s frekvencí 12 Hz. Hustota oceli je $7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- Určete tloušťku setrvačnicku.
 - Určete moment setrvačnosti setrvačnicku.
 - Určete kinetickou energii setrvačnicku.
 - Určete práci, kterou musí vykonat elektromotor, aby zvýšil frekvenci otáček rotoru na 20 Hz.
- 10.13 Atletická koule má hmotnost 7,26 kg a poloměr 60 mm. Koule se valí po vodorovné rovině rychlostí o velikosti $1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete její kinetickou energii posuvného pohybu, kinetickou energii rotačního pohybu a celkovou kinetickou energii.
- 10.14 Železná tyč délky 3,2 m se převrátila ze svislé do vodorovné polohy. Určete velikost rychlosti vrcholu tyče a porovnejte ji s velikostí rychlosti volného pádu tělesa z téže výšky. Moment setrvačnosti tenké homogenní tyče vzhledem k ose otáčení procházející jejím koncovým bodem kolmo k tyči je $J = \frac{1}{3}ml^2$, kde m je hmotnost tyče a l její délka.
- 10.15 Z korby nákladního automobilu z výšky 1,5 m spustili dělníci po nakloněné rovině plastovou kanalizační trubku tvaru tenkostěnného válce.
- Určete velikost její rychlosti po sjetí z nakloněné roviny.
 - Určete velikost její rychlosti dopadu v případě, že by trubku pustili na zem bez nakloněné roviny volným pádem.

10.1 $M_1 = F_1 r_1 = 10 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 6 \text{ Nm}$

$M_2 = F_2 r_2 = 20 \text{ N} \cdot 0,75 \text{ m} = 15 \text{ Nm}, \left(r_2 = \frac{1}{2} u = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} = 75 \text{ cm} \right)$

$M_3 = F_3 r_3 = 30 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ Nm}$

$M_4 = F_4 r_4 = 40 \text{ N} \cdot 0,45 \text{ m} = 18 \text{ Nm}$

$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \vec{M}_4, M = |-M_1 - M_2 + M_4| = 3 \text{ Nm},$ směr kolmo z nárkresny

10.2 a) Dvojice sil: $M = Fd = 40 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} = 8 \text{ Nm}$

nebo skládání momentů: $M = Fr_1 - Fr_2 = 30 \text{ N} \cdot 0,8 \text{ m} - 30 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 6 \text{ Nm}.$

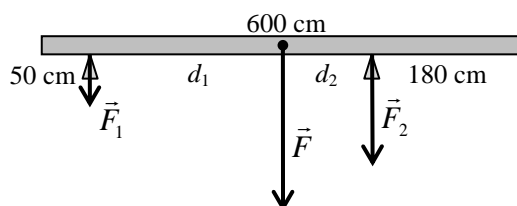
Dveře se uváděly do otáčivého pohybu ve směru otvírání.

b) $M'_2 > M_1 \Rightarrow F'_1 > Fr_2 \Rightarrow F' > \frac{r_2}{r_1} F = \frac{0,8 \text{ m}}{0,6 \text{ m}} \cdot 30 \text{ N} \Rightarrow F' > 40 \text{ N}$

10.3 $d_1 = 250 \text{ cm}, d_2 = 120 \text{ cm}$

$F_1 + F_2 = F, F_1 d_1 = F_2 d_2 \Rightarrow$

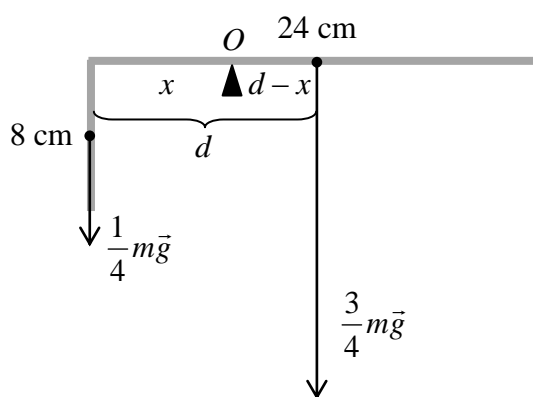
$\Rightarrow F_1 = 600 \text{ N}, F_2 = 1250 \text{ N}$



10.4

$d = \frac{\frac{3}{4} \cdot 32 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}$

$\frac{1}{4} mg \cdot x = \frac{3}{4} mg \cdot (d - x) \Rightarrow x = \frac{3}{4} d = 9 \text{ cm}$

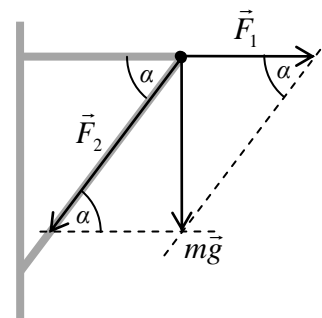


Obdobně 2. možnost: $x = 1 \text{ cm}$

10.5 a) $\cos \alpha = \frac{18}{30} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$

b) $\frac{mg}{F_1} = \text{tg } \alpha \Rightarrow F_1 = \frac{mg}{\text{tg } \alpha} = 36 \text{ N}$

$\frac{mg}{F_2} = \sin \alpha \Rightarrow F_2 = \frac{mg}{\sin \alpha} = 60 \text{ N}$

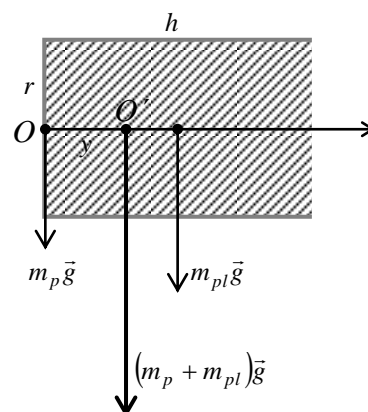


10.6 a) $\frac{m_p}{m_{pl}} = \frac{\pi r^2}{2\pi r h} = \frac{r}{2h} = \frac{1}{3}$

b) podle bodu O: $m_{pl} g \cdot \frac{h}{2} = (m_p + m_{pl}) g \cdot y$

nebo podle bodu O': $m_{pl} g \cdot \left(\frac{h}{2} - y \right) = m_p g \cdot y$

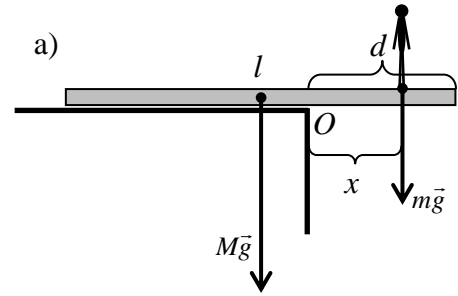
$\Rightarrow y = \frac{m_{pl}}{m_p + m_{pl}} \frac{h}{2} = \frac{3m_p}{m_p + 3m_p} \frac{h}{2} = \frac{3}{8} h = 22,5 \text{ cm}$



10.7 a) $Mg\left(\frac{l}{2} - d\right) = mgx \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{M}{m}\left(\frac{l}{2} - d\right) = \frac{120}{75}\left(\frac{5}{2} - 1,7\right) \text{ m} = 1,28 \text{ m}$

b) $Mg\left(\frac{l}{2} - d'\right) = mgd' \Rightarrow$

$\Rightarrow d' = \frac{M}{M+m} \cdot \frac{l}{2} = \frac{120}{120+75} \cdot \frac{5}{2} \text{ m} = 1,54 \text{ m}$ (nakreslit obdobný obrázek)

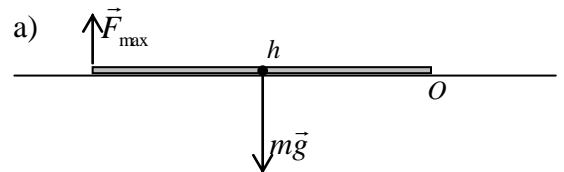


10.8 a) $W = mg\frac{h}{2} = 59 \text{ J}$

$F_{\max} h = mg\frac{h}{2} \Rightarrow F_{\max} = \frac{mg}{2} = 15 \text{ N}$

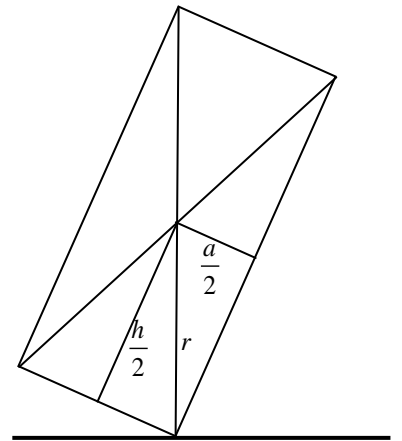
b) $W = mg\frac{h}{3}, h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow W = \frac{\sqrt{3}}{6} mga = 20 \text{ J}$

$F_{\max} h = mg\frac{h}{3} \Rightarrow F_{\max} = \frac{mg}{3} = 13 \text{ N}$



10.9 $W_1 = mg\left(r - \frac{h}{2}\right) = \rho a^2 hg \left(\sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{h}{2} \right) = 9,8 \text{ J}$

$W_2 = mg\left(r - \frac{a}{2}\right) = \rho a^2 hg \left(\sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{a}{2} \right) = 78 \text{ J}$



10.10 $J = \frac{2}{5} mr^2 \Rightarrow m = \frac{5J}{2r^2} = 17 \text{ kg}$

$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3m}{4\pi r^3} = \frac{15J}{8\pi r^5} = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

10.11 a) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,022 \text{ s}$

b) $E_k = \frac{1}{2} J\omega^2 \Rightarrow J = \frac{2E_k}{\omega^2} = 0,064 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

10.12 a) $V = \pi r^2 h = \frac{m}{\rho} \Rightarrow h = \frac{m}{\pi r^2 \rho} = 8,9 \text{ cm}$

b) $J = \frac{1}{2} mr^2 = 28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

c) $E_{k1} = \frac{1}{2} J\omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mr^2 \cdot (2\pi f_1)^2 = \pi^2 mr^2 f_1^2 = 80 \text{ kJ}$

d) $W = E_{k2} - E_{k1} = \pi^2 mr^2 f_2^2 - \pi^2 mr^2 f_1^2 = \pi^2 mr^2 (f_2^2 - f_1^2) = 140 \text{ kJ}$

$$10.13 \quad E_{pos} = \frac{1}{2}mv^2 = 6,1 \text{ J}, E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{5}mv^2 = 2,5 \text{ J}$$

$$E_k = E_{pos} + E_{rot} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 = \frac{7}{10}mv^2 = 8,6 \text{ J}$$

$$10.14 \quad mg \frac{l}{2} = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}ml^2 \cdot \frac{v^2}{l^2} = \frac{1}{6}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{3gl} = 9,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{volný pád: } mgl = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gl} = 7,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, v > v_1$$

$$10.15 \quad \text{a) } E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot mr^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p = E_{pos} + E_{rot} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow mgh = mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{gh} = 3,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{b) } mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = 5,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$