

1. Operace s vektory

Vektorové veličiny: Síla \vec{F} , rychlost \vec{v} , polohový vektor \vec{r} , ...

Zápis $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ znamená, že síla \vec{F} je výslednice sil \vec{F}_1 a \vec{F}_2 (znaménko + mezi vektory znamená vektorový součet neboli skládání vektorů).

Vektory složíme tak, že do koncového bodu jednoho vektoru umístíme počáteční bod druhého vektoru – spojnice počátečního bodu prvního vektoru a koncového bodu druhého vektoru opatřená v tomto bodě šipkou udává výsledný vektor.

Vektory, které nejsou souhlasně či nesouhlasně orientované, je možné složit tak, že je umístíme do společného počátečního bodu a obrázek doplníme na rovnoběžník. Úhlopříčka vycházející ze společného počátečního bodu opatřená šipkou na opačném konci udává výsledný vektor.

α je úhel mezi původními vektory (tj. úhel mezi dvěma směry určenými jednotlivými vektory).

Velikost výsledného vektoru lze vypočítat různými způsoby podle vzájemné polohy vektorů (uveďte, kdy který vztah použijeme):

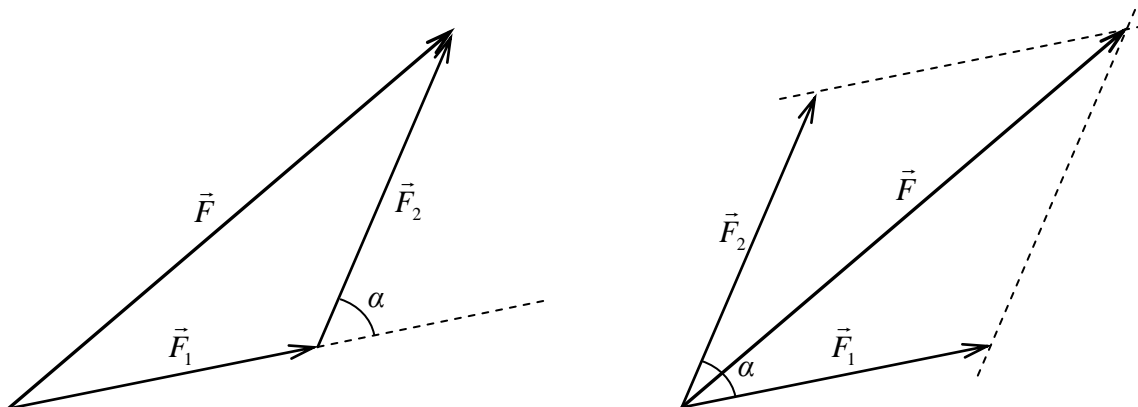
$$F = F_1 + F_2$$

$$F = |F_1 - F_2| = |F_2 - F_1|$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$(F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \alpha)})$ – vztah (kosinová věta) zatím nebudeme používat, místo výpočtu velikost změříme v sestrojeném obrázku.

Vyzkoušejte si skládání vektorů téhož směru, vektorů navzájem opačného směru, vektorů navzájem kolmých, vektorů svírajících obecný úhel.



- 1.1 V pohádce o veliké řepě táhl dědeček za řepu silou o velikosti 400 N, babička za dědečka silou o velikosti 300 N, vnučka za babičku silou o velikosti 150 N, pejsek za vnučku silou o velikosti 50 N a kočka za pejska silou o velikosti 20 N. Všichni působili v téže směru. Určete velikost celkové síly, která působila na řepu a nedokázala ji vytáhnout.
- 1.2 Den předtím dědeček s babičkou trénovali a přetahovali se provazem. Dědeček táhl provaz na jednom konci, babička si pozvala na pomoc vnučku a obě táhli za druhý konec provazu. Velikosti sil zůstaly stejné. Sestrojte ve vhodném měřítku všechny síly působící na střed provazu a jejich výslednici a určete její směr a velikost. Kdo koho přetáhl a jak velkou silou?
- 1.3 Jeřáb zvedá bednu rovnoměrným pohybem svisle vzhůru do výšky 5,7 m a současně se pohybuje rovnoměrně ve vodorovném směru po dráze 8,5 m. Určete dráhu bedny a úhel, který svírá její trajektorie s vodorovným směrem. Řešte graficky užitím polohových vektorů i početně. Výsledky porovnejte. V grafickém řešení ukažte, že výsledek nezávisí na pořadí, v jakém vektory skládáme.
- 1.4 Pat a Mat potřebovali na zahradě vyvrátit starý sloupek. Pat se o sloupek opřel silou o velikosti 600 N, Mat silou o velikosti 450 N. Síly vzájemně svíraly úhel 40° . K vyvrácení sloupku bylo nutné vyvinout sílu o velikosti aspoň 900 N. Sestrojte ve vhodném měřítku jednotlivé síly působící na sloupek a jejich výslednici. Rozhodněte, zda dokázali sloupek vyvrátit.
- 1.5 Jeníček s Mařenkou hledali v noci cestu domů. V jednom okamžiku se rozešli každý jiným směrem. Jeníček ušel na sever vzdálenost 300 m, Mařenka v odlišném směru o 50° ušla vzdálenost 250 m. Sestrojte ve vhodném měřítku polohový vektor každého z nich vzhledem k místu rozchodu, označte je \vec{r}_J a \vec{r}_M . Sestrojte polohový vektor \vec{r}_{MJ} polohy Mařenky vzhledem k poloze Jeníčka a polohový vektor \vec{r}_{JM} Jeníčka vzhledem k poloze Mařenky a změřením určete jejich velikosti. Jaká je vzdálenost mezi Jeníčkem a Mařenkou? Procvičte si vzájemné vztahy mezi vektory a pomocí sestrojeného obrázku ukažte, že platí: $\vec{r}_J = \vec{r}_M + \vec{r}_{JM}$, $\vec{r}_J = \vec{r}_M - \vec{r}_{MJ}$. Obdobně vyjádřete polohový vektor \vec{r}_M .
- 1.6 Letadlo Cessna letí rychlostí $180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, v jeho letové hladině fouká stálý vítr rychlostí $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ve směru odchýleném od směru pohybu letadla vzhledem ke vzduchu o úhel 110° . Zjistěte graficky rychlost letadla vzhledem k zemi a vzdálenost, do jaké se letadlo dostane za 90 min. Sestrojte vektory rychlostí a jejich výslednici, jinou barvou pak polohové vektory v čase 90 min a výsledný polohový vektor. Volte měřítko $1 \text{ cm} \hat{=} 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ pro rychlost a měřítko $1 \text{ cm} \hat{=} 20 \text{ km}$ pro vzdálenost.

- 1.1 920 N
- 1.2 50 N, směr k babičce
- 1.3 10,2 m, 34°
- 1.4 Síla o velikosti 990 N stačí k vyvrácení.
- 1.5 $r_{MJ} = r_{JM} = 230 \text{ m}$, tato velikost určuje hledanou vzdálenost, $\vec{r}_M = \vec{r}_J + \vec{r}_{JM}$, $\vec{r}_M = \vec{r}_J - \vec{r}_{JM}$
- 1.6 $170 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, 254 km